

## **. CAPÍTOL VI**

### **Mirant el cel es va dibuixar la Terra**

**Pep Bermejo**

Vaig iniciar personalment, una recerca del procés de construcció d'aquest gran bastiment, els sistemes de dibuixar les cartes, les projeccions per a convertir la esfera en un pla que fos utilitzable per a la navegació, els números i l'operativa aritmètica i geomètrica de les antigues civilitzacions, Babilònia, Egipte, Grècia, Turquia, Israel i el mon hermètic del sionisme, Roma, India, el mon d'influència islàmic, amb la seva gran expansió mediterrània i els recons de velles biblioteques de monestirs cristians.

Cal dir que molta de la bibliografia i la cartografia de l'època, ha desaparegut, coneixem la seva existència per les referències d'altres escriptors, les obres dels quals, han tingut més sort i han arribat als nostres dies.

La preocupació per a ocultar i destruir documents i sacrificar la vida de savis i mestres, ha estat l'objectiu execrable de les societats teocràtiques que en molts moments, han pres el determini d'acabar amb cultures i coneixements que no fossin propis i anatemitzat i titllar d'heretgia, al procés de la raó, la ciència i la llibertat. Malauradament això no va passar sols en èpoques pretèrites, règims totalitaris, es van afegir durant el segle passat a l'aposta destructiva i encara actualment, islamistes conservadors i encíclicues d'igual gènere, continuen apostant pel dogmatisme, en lloc de la voluntat raonable dels lliure pensadors.

El grup de treball s'ha ampliat i a les meves recerques inicials i poc consistents, s'han afegit les dels altres germans, amb rigor i voluntat d'esbrinar la qualitat de les informacions.

Al marge, moltes hores dedicades, per aquest grup de treball, la guàrdia de cartes antigues, que han donat fruits i d'altres moltes, moltes més, que no han servit, seguint pistes falses o enganyoses, ha estat un treball d'equip carregat de voluntat i voluntarisme.

Cal continuar estudiant i investigant, cada vegada ens acostem al coneixement, objectiu d'aquest treball, com la mar, la nostra mar, el que sembla terra llunyana a vegades sols son núvols, que ens fan creure en terres descobertes i a vegades, el que sols apreciem com a núvols, es terra ferma.

### **6.1 ELS PROLEGÒMENS**

En Joan Sabater, va proposar, amb bon criteri, que era important investigar sobre les cartes i sistemes de projecció més primitives, dons una de les poques indicacions que fa Piris Reis, sobre la procedència de l'informació que va aplegar, per tal de redactar les seves cartes, procedia en part, d'antics portolans, de periples i documents escrits, ja fossin de punt menor, major o per a navegació costanera.

Tractant de remuntar-me al més antic, vaig apreciar que havien dues qüestions d'importància cabdal, que calia aclarir. Era impossible deslligar-les, per tal de poder explicar-nos els orígens de tot plegat.

Per una banda calia investigar sobre els sistemes que empraven els primers matemàtics, per a fer els càlculs i per altre els inicis de la geometria amb una qüestió fonamental, el pas del concepte inicial, de la divisió de la circumferència en quatre angles rectes i la seva evolució als 360 graus.

El triangle i la circumferència seran necessàriament la base a investigar.

A partir d'aquest moment i coneixent els sistemes de càlcul emprats, podríem començar a investigar, l'evolució de la cartografia.

Un dels temes més preocupants, era la divisió de la circumferència, això, tan simple per a nosaltres, acostumats als conceptes de 360 graus, 60 minuts per grau i 60 segons per minut, requeria un anàlisi encertat i a la vegada universal.

A on neix la geometria? Geometria vol dir mesura de la Terra, o mesurar la Terra.

Imagino que de la forma més natural, l'home havia d'expressar d'alguna manera, el que volia comunicar a d'altres, el terra polsos o la sorra i una branca polida d'arbre o una canya, devien ser els orígens, però l'arquitectura devia obligar a d'altres precisions, l'angle recte, el triangle i la circumferència, sens dubte van ser els primers elements geomètrics a estudiar.

Les cases o les cabanes, tindrien forma quadrada, rectangular o circular i per suposat, els antics constructors, acabada l'època troglodítica, havien de construir, seguint formes concretes, per adaptar-se als materials de que disposaven.

Així dons, babilònics, grecs i egipcis, en el mon occidental, van iniciar la gran aventura de la geometria.

Si sumeris i accadis, van desenvolupar l'escriptura aqueniforme, al mon de l'aritmètica, van aportar la base per a el càlcul, un sistema senzill de numeració i les operacions, la addició, la diferència, el producte i el repartiment, suma, resta, multiplicació i divisió i el valor  $22/7$ . del que devindrà després el valor de  $\pi$ , el pi dels nostres dies.

Probablement el sistema d'escriptura més antic, del que tenim informació, es el sistema jeroglífic, en el tractat, de Carsten Peust i Jean-Pierre Pätznick, es menciona el sistema de la numeració emprada, pels antics egipcis, però no es menciona que tinguessin un sistema operatiu, per altra banda és raonable suposar que tenien el seu sistema, encara que no tinguem constància fefaent de la seva existència, en aquella remota cultura, malgrat tot, es possible també, que operessin utilitzant un sistema similar al babilònic o aquest mateix.

Els sistema de números grec, és caòtic, difícilment podia servir per a res que no fos senzillament expressar quantitats o dates.

Operativament, el sistema gràfic geomètric, permetia resoldre totes les operacions de forma clara i exacta, partint del quadrat de la unitat.

He investigat considerant que l'home sols disposava del compàs i l'escaira i els aparells simples que podia construir amb bronze i fusta.

He partit del moment de l'història, en que sols es coneixia la circumferència dividida en quatre rectes i que, encara no es coneixia el grau, ni s'havia pogut determinar que la terra era esfèrica.

Serà interessant, analitzar els diferents sistemes de numeració, primer els anteriors a la nostra era i més tard, en un altre apartat, el desenvolupament dels números indoarabics i les seves propietats.

## 6.2 ELS DIFERENTS SISTEMES DE NUMERACIÓ I CÀLCUL

### Caldea

#### EL SISTEMA DE NUMERACIÓ DELS CALDEUS

Els caldeus utilitzaven un sistema arcaic, relacionat amb el duodecimal, que considera a la unitat, un número dividit en seixanta parts, però no te res a veure amb els 360°.

Per altra banda, a partir de l'unitat, conta decimalment les agrupacions de 60.

### Babilònia

#### EL SISTEMA DE NUMERACIÓ BABILÒNIC Els números

< i T

El seu sistema de numeració, es composava sols de dos signes, els valors ordinals senars, seran representats per T i els valors ordinals parells per < escrivint-los de dreta a esquerra com fem en els números aràbics.

Crec que és el sistema base del que depenen els sistemes egipci, grec i romà, probablement és el que fou emprat pels savis grecs per tal de fer operacions aritmètiques, anteriors al quadrat de la unitat.

|        |        |
|--------|--------|
| El 3   | TTT    |
| El 23  | <<TTT  |
| El 123 | T<<TTT |

El zero no existeix



La formula per a el càlcul de la longitud de la circumferència, era igual al producte del diàmetre per la divisió de 22 entre 7

Aquest sistema malgrat tot, tenia una imprecisió deguda al valor fraccionari que donava la divisió, aproximant-se al sencer més pròxim, com a resultat prou acceptable.

La longitud d'una circumferència de radi 26. per tant de diàmetre 52 seria:

$$\frac{22 \times 52}{7} = 163 \frac{4}{7}$$

El número pròxim seria 163  
 El número exacte amb decimals seria 163.4285  
 Emprant pi ( $\pi$ ) tindríem 163.3632

***S'evidencia que aquest sistema de números i operacions era decimal i no sexagesimal com s'ha pretès, a vegades.***

## El sistema duodecimal

**El sistema del 12, o manera de comptar habitual.**

Per a contar, s'utilitzava la ma esquerra, el dit gros resseguia les tres falanges de cada dit i d'aquesta manera es contava fins a dotze i amb els dits de la dreta es feien les parts corresponents al número de dotzenes, així es podia comptar fins a 5 dotzenes.

Cinc dotzenes és igual a seixanta.

$$5 \times 12 = 60$$

***Tinguem en compta aquest número per la reiteració amb la que apareixerà***

## Egipte

### ELS NÚMEROS JEROGLÍFICS A EGIPT E I, U, C, i J

**Els números**

A l'igual que passa amb les lletres diagramàtiques, en que cada ideograma, representa un so, els números representen valors únics acumulatius i independents. Les unitats estan representades per ( I ), les desenes per ( U ), les centenes per ( C ) i els milers per ( J )

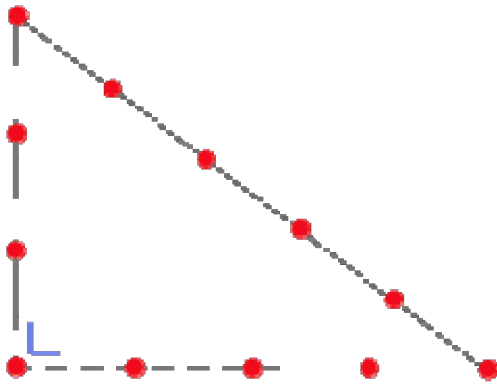
|   |     |
|---|-----|
| 1 | I   |
| 2 | II  |
| 3 | III |

|      |              |
|------|--------------|
| 5    | III<br>II    |
| 8    | IIII<br>IIII |
| 10   | U            |
| 15   | U III<br>II  |
| 22   | U U II       |
| 30   | UU<br>U      |
| 40   | UU<br>UU     |
| 100  | C            |
| 103  | CIII         |
| 1000 | J            |
| 1122 | J C U U II   |

### **La gran aportació egípcia**

La gran aportació egípcia va ser geomètrica, el triangle sagrat, Tales, Pitàgores, Crates, Hiparc, Posidoni, Claudi, Estrabó, Eratostens, Diofant, Hipàtia, tots van elaborar les seves teories a partir d'aquest triangle.

Les seves mesures permeten establir la majoria dels teoremes de la geometria, perfecció numèrica, geomètrica i bellesa, son els seus atributs, en una societat que encara no ha dividit la circumferència ni ha pogut demostrar que la terra és esfèrica, ni el moviment dels astres al voltant de la Terra, ni encara menys les teories heliocèntriques, vegacentriques i enigmacentriques, el triangle sagrat egipci amb el seus costats 3 / 4 / 5, els costats de 3 i 4 son els catets i 5 l'hipotenusa, es la perfecció suma.



Un múltiple d'aquest triangle, el triangle ísic, de la deessa Isis, te com a mides 15, 20 i 25, de fet, és el resultat de multiplicar per cinc, cada costat del triangle original, sols te l'avantatge de ser a més, divisible per 5.

Els teoremes de Tales i de Pitàgores son l'aplicació de les propietats d'aquest triangle.

Més endavant, a les esquemàtiques biografies dels savis grecs, aclariré els detalls referits a aquest triangle en els seus teoremes.

Un altre important propietat del triangle sagrat es la determinada per Euler, Si tracem una línia recta que va del vèrtex de l'angle recte fins a la meitat de la hipotenusa, el lloc de tall correspon a l'ortocentre, centre de la circumferència que circumscriu al triangle.

El triangle sagrat es també el menor triangle que es pot formar amb un catet i la hipotenusa, números primers, 3 i 5 i 4 que és un número natural.

Aquest triangle s'anomena també triangle diofàntic i el valor dels tres costats rep el nom de la terna primitiva,

***El producte dels tres costats del triangle sagrat serà  $3 \times 4 \times 5 = 60$   
De nou, seixanta apareix com un número testimonial***

## Grècia

### EL SISTEMA DELS NÚMEROS A GRÈCIA Els números

A la Grècia antiga, en canvi, existien dos tipus de numeració: el que es feien servir les inicials dels noms per números –el número 10 es representava amb la lletra Delta  $\Delta$  δ, el sistema era poc eficaç i a mes necessitava de complements, quan les lletres inicials podien comportar dubtes, per coincidències.

Un segon sistema, que es va utilitzar a partir del segle III ane, basant-se en totes les lletres de l'alfabet grec, incloent tres lletres més, procedents de l'alfabet fenici.

De manera que les nou primeres lletres de l'alfabet grec eren les unitats de l'1 al 9, les desenes del 10 al 90 eren les 9 lletres següents i les altres nou representaven del 100 al 900. Les unitats de miler eren representades mitjançant una ratlla vertical a l'esquerra de la lletra.

Aquest sistema de representació tenia com a avantatge les representació de números grans amb pocs símbols, però comportava haver-se d'aprendre els 27 números de memòria.

|      |         |       |
|------|---------|-------|
| A α  | Alfa    | 1     |
| B β  | Beta    | 2     |
| Γ γ  | Gamma   | 3     |
| Δ δ  | Delta   | 4     |
| E ε  | Èpsilon | 5     |
| FF   | Digamma | 6     |
| Z ζ  | Zeta    | 7     |
| H η  | Eta     | 8     |
| Θ θ  | Theta   | 9     |
|      |         |       |
| I i  | Iota    | 10    |
|      |         |       |
| K κ  | Kappa   | 20    |
|      |         |       |
| Λ λ  | Lambda  | 30    |
|      |         |       |
| 13   | serà    | I γ   |
| 27   | serà    | K ζ   |
|      |         |       |
| 1024 | serà    | I K δ |

## Les operacions

Però i el sistema operatiu? Aquí el canvi es total, es tracta d'un sistema geomètric.

Considerant la unitat com a un quadrat que te com a costat la unitat, podem fer totes les operacions necessàries, bastarà representar gràficament l'operació i molt probablement això, podia permetre la utilització del primers àbacs, àbacs primitius.

**2**

**1 = 1 aquesta potència explica la filosofia del sistema, la unitat es un quadrat que te per costat la unitat ( □ )**

## La suma

$$3 + 4 + 5 = 12$$

$$9 + 2 = 11$$

[illegible]

(L'alineació vertical a la dreta indica la suma)

(Al dibuixar ordenadament tots en línia tots el quadrets s'obtenia el resultat)

## La diferència

$$14 - 7 = 7$$

[illegible]

(L'alineació vertical a l'esquerra indica la resta)

(Hi ha prou en eliminar del valor del minuend, el valor del sostraiant, treure el valor de sota.)

## El producto

$$6 \times 3 = 18$$

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐      ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(Ordenar de forma horitzontal, tantes vegades el multiplicat com indiqui el multiplicador, o a l'inrevés, el resultat era implícit)

## Les potències

El primers en valorar aquesta variant de la multiplicació

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

[illegible]

(Ordenar de forma horitzontal, tantes vegades el número que es multiplica a si mateix, el resultat era implícit)

## La divisió

Per a dividir calia que el numero es podes repartir de forma exacta, en cas contrari no existia el “repartos”( ρεπαρτος)

$$\begin{array}{r} 12 \\ \text{-----} \\ 3 \end{array} = 4$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ . □ □ □

- . □ □ □ □
- . □ □ □ □
- . □ □ □ □

(Bastava anar repartint entre els punts, en número igual al divisor. Els quadrats del dividend, el punt era el símbol de la divisió)

Un exemple de la divisió, es el cas de Metó, ell va ser el primer a obtenir les avantatges de la divisió, quan no existia el “repartos” i per tant utilitzant les restes.

Metó va formular el càlcul de l'Epacta, l'edat de la Lluna el primer dia de l'any, això vol dir, quants dies han transcorregut des de la Lluna nova anterior, permet per tant determinar totes les Llunes noves i Llunes plenes de l'any i de qualsevol any, present, passat o futur.

Posarem com a exemple l'any, 2009

$$2009 - 1 = 2008$$

$$2008 : 19 = 105 \text{ i un resta de } 13$$

$$13 \cdot 11 = 143$$

$$143 : 30 = 4 \text{ i un resta de } 23$$

La epacta era 23, que vol dir que el dia 1 de gener feia 23 dies que havia estat Lluna nova

Cal suposar que Metó no tenia presa al resoldre la divisió, el número de quadrats de costat unitat, devia ser impressionant i el repartiment dels quadrats entre el punts del divisor devia donar una feina per a la que no importava el temps, sols calia paciència i voluntat.

# Roma

## EL SISTEMA DELS NÚMEROS A ROMA

### Els números

El sistema romà es prou conegut, alterna posicions a la dreta i a l'esquerra. Els números menors situats a l'esquerra, per tant antecedents, resten el seu valor del de la dreta, el conseqüent.

Aquest sistema devé evidentment d'Egipte, la unitat, les centenes i els milers, son exactament iguals en quant a forma i contingut.

S'afegeix la L per la cinquantena i D pel mig miler i els efectes suma i sostracció segons la posició dels valors més grans i més petits

|      |     |
|------|-----|
| 1    | I   |
| 2    | II  |
| 3    | III |
| 4    | IV  |
| 5    | V   |
| 6    | VI  |
| 9    | IX  |
| 10   | X   |
| 20   | XX  |
| 30   | XXX |
| 40   | XL  |
| 50   | L   |
| 100  | C   |
| 500  | D   |
| 1000 | M   |

### Les operacions

El sistema operatiu, era d'una complexitat extrema i per operar, s'utilitzava el sistema grec per part dels geòmetres i el babilònic per a d'altres operacions. Malgrat tot ens ha arribat el complex sistema de la suma que era el següent.

S'operava d'esquerra a dreta, com s'escriu i els resultats a l'inrevés, de dreta a esquerra.

327 + 75, s'operaria així.

CCCXXVII + LXXV = CCCCII o el que és igual 402

|       |               |                |                |
|-------|---------------|----------------|----------------|
| CCC   | XX            | VII            |                |
| +     | LXX           | V              |                |
| ----- |               |                |                |
| CCC   | LXXXX         | VVII           | sumes parcials |
| CCC   | <del>XC</del> | <del>XII</del> |                |

Anul·lant una X que suma amb una X que resta tindrem  
CCCCII

## India

### EL SISTEMA DELS NÚMEROS A INDIA Els números

El sistema numeral hindú, igual que el sistema àrab, pràcticament és el mateix que utilitzem nosaltres, sistema que perdura fins als nostres dies.

| Numeració actual | numeració primitiva |
|------------------|---------------------|
| 1                | १                   |
| 2                | 2                   |
| 3                | 3                   |
| 4                | 8                   |
| 5                | 4                   |
| 6                | ڄ                   |
| 7                | ڤ                   |
| 8                | 5                   |
| 9                | e                   |
| 0                | 0                   |
| 10               | १ 0                 |
| 100              | १ 0 0               |
| 1000             | १ 0 0 0             |

S'evidencia el transvasament de símbols entre els dos sistemes, hindú i àrab

Brahmagupta, Mahavira i Bhaskara, els pares de les matemàtiques hindús, intentaran establir les regles per fer les operacions bàsiques amb aquest nou número, "0", la seva operativa, sumar o restar 0, multiplicar i dividir per 0.

## La mediterrània islàmica, els àrabs

### El sistema dels números a la Mediterrània islàmica, els àrabs Els números

El sistema d'utilització dels números aràbics, és el que nosaltres utilitzem i es per tant prou conegut i no ha de menester d'explicació.

Al-Khwarizmi, sobre el zero comenta:

“Quan a una resta no queda res, escriu un petit cercle, per que aquell lloc no quedi buit”

Això marca l'evolució de les matemàtiques en totes les seves disciplines.

| Numeració actual | numeració primitiva | numeració evolucionada<br>Al-Khwarizmi |
|------------------|---------------------|----------------------------------------|
| 1                | ١                   | ١                                      |
| 2                | ٢                   | 2                                      |
| 3                | ٣                   | ٣                                      |
| 4                | ٤                   | 4                                      |
| 5                | ٥                   | 5                                      |
| 6                | ٦                   | 6                                      |
| 7                | ٧                   | 7                                      |
| 8                | ٨                   | 8                                      |
| 9                | ٩                   | 9                                      |
| 0                |                     | 0                                      |
| 10               |                     | ١0                                     |
| 100              |                     | ١ 00                                   |
| 1000             |                     | ١ 000                                  |

La relació entre la operativa del 0 i de l'infinit, encara que probablement es anterior a Al-Khwarizmi, ell va ser qui va donar forma a les relacions entre aquests valors i la de les operacions de suma, resta, multiplicació i divisió, així com les formes dels quadrats i successives potències i les arrels, les arrels son una evident novetat, aquesta avenç permet desenvolupar totes les formes de càlculs.

## Les operacions

La operativa aritmètica àrab, amb Al-Khwarizmi, va arribar a la màxima evolució, es el sistema que actualment utilitzem, però l'ús de màquines i

d'altres sistemes elèctrics i electrònics ens ha portat a oblidar dades referides a l'operativa que son de gran interès.

**Aquí, a la suma, resta, multiplicació i després a la divisió, calia conèixer un sistema tabulat de sumes, diferències, productes, i divisions, les anomenades taules de les quatre regles.**

La suma  $6 + 12$  serà

$$\begin{array}{r} 6 \\ +12 \\ \hline 18 \end{array}$$

Sumant en primer lloc les unitats i després les desenes, centenes ...

La resta  $120 - 6$

$$\begin{array}{r} 120 \\ - 6 \\ \hline 114 \end{array}$$

Restant en primer lloc les unitats i després les desenes, centenes ...

La multiplicació  $6 \times 12$

$$6 \times 12 = 72$$

Operant de dreta a esquerra, primer multipliquem  $6 \times 2$  i al resultat sumem el producte  $6 \times 1$ , separant un espai al segon rengle.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline 12 \\ +6 \phantom{0} \\ \hline 72 \end{array}$$

La divisió  $120 : 6$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{-----} \\
 6 \\
 120 \quad 6 \\
 - 12 \quad | \text{-----} \\
 \text{-----} \quad 20 \\
 00 \\
 0 \\
 -0 \\
 \text{-----} \\
 0
 \end{array}$$